



CLASA a VII-a

Subiectul I. „Numerele lui Coandă”

Se dau numerele reale $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{2026}$ de forma $c_k = \sqrt{k}$, $k = 1, 2, 3, \dots, 2026$.

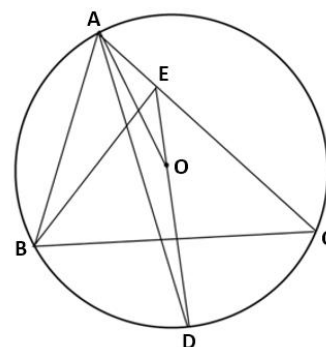
- Arătați că orice număr de forma $a_k = c_k - c_{k-1}$, cu $k = 2, 3, \dots, 2026$, nu poate fi natural.
- Arătați că numărul $b = \frac{a_{2026} + a_{2024} + a_{2022} + \dots + a_2}{1013} < 1$.
- Determinați numărul întreg p care verifică egalitatea $(c_k - c_{k-1})^p = (c_k + c_{k-1})^{2026}$ pentru orice valoare a lui k .

Subiectul II. Alei în parc

În desenul alăturat, discul reprezintă suprafața unui parc, în care suprafața interioară triunghiului ABC este acoperită cu iarbă.

Segmentele $[AD]$, $[AO]$, $[DE]$ și $[BE]$ reprezintă alei. Se știe că triunghiul ABC este ascuțit unghic, cu $BC > AC$, O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC , AD este bisectoarea unghiului BAC . Se dorește să se amenajeze în parc o nouă alee care să treacă prin punctul B și să fie paralelă cu aleea AO . Aleea BE a fost amenajată astfel încât să conțină cel mai scurt drum de la punctul B la aleea AD .

- Demonstrați că noua alee va trece și prin punctul D .
- Dacă se știe că $m(\widehat{BD}) = 60^\circ$, să se calculeze aria suprafeței corespunzătoare patrulaterului $AODB$. (Se știe că raza discului este de 100 metri)



Subiectul III. Săniuș pe plat

Ionuț vrea la săniuș. Zăpada e bună, sania de 6 kg alunecă bine ($\mu_s = 0,02$), dar terenul din grădină este plat. Cum nu are cine să-i facă vânt, trebuie să se descurce singur. Are la dispoziție însă o coardă elastică suficient de lungă și rezistentă. Agățând sania de o bucată de 1 m de coardă, observă că aceasta se alungește cu 15 cm. Ce ar fi dacă ... ? Ochește doi pomi solizi în grădină aflați la o distanță de 4 m unul de celălalt, leagă bine coarda de trunchiurile lor astfel încât aceasta să rămână întinsă, dar netensionată. Între cei doi pomi, la mijloc, cu spatele la coardă, începe să se retragă pe o direcție perpendiculară, tensionând coarda, trăgând și sania după el. Încălțările au o aderență bună, el cântărește 45 kg în acest echipament, așa că reușește să parcurgă 2 m. În această poziție își trage ușor sania sub el, se așază, își proptește picioarele pe sanie ... și se duce! (Indicii: Ionuț a presupus că toată energia potențială elastică acumulată în cele două brațe ale corzii îi va asigura energia cinetică necesară „lansării”... în plus, noi presupunem cele două brațe ale cablului rămân paralele cu solul în timpul mișcării și că $g = 10 \text{ m/s}^2$).

- Ce valoare are coeficientul de frecare dintre încălțările lui Ionuț și zăpadă?
- Cu ce viteză va trece Ionuț pe sanie între cei doi pomi?
- Ce distanță maximă parcurge cu sania după „lansare”?

Fiecare subiect este notat cu 10 puncte, din care 1 din oficiu. Timp de lucru: 2 ore

Succes!